

Альтернативний підхід до організації міжнародних звірень

Самойленко О. М.¹ 

¹ ДП «Укрметртестстандарт»

E-mail: asam@ukrcsm.kiev.ua

Анотація

Однією із завад, які стоять на шляху організації міжнародних всеохоплюючих звірень розширеного кола учасників (надалі — всеохоплюючих звірень), є, на думку авторів, відсутність визнаного метрологічною спільнотою програмного забезпечення, заснованого на простому і всім зрозумілому, але гнучкому і універсальному математичному апараті. Таким математичним апаратом може бути загальна методологія зрівнювання вимірювань за методом найменших квадратів (МНК).

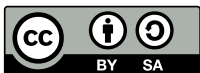
Описане таке програмне забезпечення під назвою «Metrology Network». Воно застосоване для переоброблення результатів вимірювань виконаних під час ключових звірень EURAMET.L-K1.2011 «Вимірювання кінцевих мір довжини на інтерферометрі». Показано, що програмне забезпечення «Metrology Network» дозволило просто і швидко оцінити систематичні складові похибки вимірювань довжини кінцевих мір довжини (КМД) кожною лабораторією. Вони названі адитивною та мультиплікативною ступенями еквівалентності еталонів. «Metrology Network» дозволила також строго за МНК оцінити невизначеності вимірювань довжини. Доведено, що для багатьох лабораторій адитивні ступені еквівалентності є досить суттєвими та сталими характеристиками еталонів. Причому, вони добре збігаються для сталевих і для керамічних КМД. Ці адитивні ступені еквівалентності еталонів можна використовувати як поправки під час калібрувань або як опорні значення під час наступних звірень.

Виконана симуляція результатів вимірювань для складних за структурою уявних міжнародних всеохоплюючих звірень. Для 120 лабораторій, розбитих на 12 груп, в цілому симульовано 2442 вимірювання довжини сталевих та керамічних КМД, які разом складають 24 набори по 8 КМД і утворюють 24 петлі звірень. Необхідність зрівнювання за МНК викликана тим, що з кожної групи по дві підгрупи з трьох лабораторій приймали участь у двох різних суміжних петлях. Зроблено висновок про те, що програмне забезпечення «Metrology Network» без проблем впоралося з таким складним завданням зрівнювання. Воно дозволило обчислити адитивну ступінь еквівалентності кожного з 120 еталонів відносно єдиного початку, усередненого для всіх еталонів, а мультиплікативну ступінь еквівалентності відносно усередненої одиниці вимірювань.

Ключові слова: міжнародні всеохоплюючі звірення, кінцеві міри довжини, зрівнювання, метод найменших квадратів, опорне значення ключових звірень, адитивна та мультиплікативна ступені еквівалентності, параметри, еталон, невизначеність.

Опубліковано

10.09.21



1. Вступ

Одне з завдань метрології як науки є удосконалення методів оброблення результатів вимірювань з метою отримання для аналізу більш повної інформації щодо структури похибок вимірювань.

Однією з вимог до таких методів, на сучасному етапі, є їх легка алгоритмізація з метою створення нового високоефективного програмного забезпечення для оброблення великих масивів вимірювальної інформації зі складною структурою. Завдання цієї публікації започаткувати дискусію

відносно всіх аспектів створення такого програмного забезпечення та універсальної і зрозумілої математичної основи до нього.

2. Актуальність та мета публікації

Концептуально, ключові звірення еталонів є найвищою ланкою ланцюга простежуваності. Головною метою подальших калібрувань еталонів нижчої ланки за ланцюгом простежуваності є оцінювання систематичної складової похибки вимірювань по відношенню до еталонів вищої ланки. Оцінка цієї систематичної складової називається зсув. Під час звірень для кожного еталона в кожній точці вимірювань визначається ступінь еквівалентності, яка фактично є зсувом в даній точці вимірювань. Цей зсув (ступінь еквівалентності) може використовуватися як поправка під час калібрування еталона нижчої ланки в даній точці вимірювань.

Під час використання зсувів (ступенів еквівалентності) виникає ряд проблем. Коротко обговоримо дві з них. Перша полягає у тому, що звірення проводяться в окремих дискретних точках діапазону вимірювань. Цих точок може бути значно менше, ніж необхідно застосовувати під час калібрувань. Тобто вимірювання під час калібрування еталонів нижчої ланки на цьому еталоні треба проводити в інших, іноді довільних точках діапазону. Друга полягає у недостатній надійності зсуву (ступеня еквівалентності) у кожній окремій точці, у якій проводились звірення. Мірою надійності є, звичайно, невизначеність вимірювань еталоном. Ця невизначеність в точці вимірювань, оцінена лабораторією, може бути недостатньою для забезпечення необхідної надійності використання зсуву у якості поправки.

Розповсюджений добре відомий прийом, щодо подолання цих проблем, є апроксимація певною функцією, за методом найменших квадратів (МНК), зсувів в точках вимірювань. Може застосовуватися будь-яка неперервна функція але найпростіша і дуже розповсюджена є лінійна. За параметрами функції, отриманими з апроксимації, поправка легко обчислюється в будь-якій точці в діапазоні ви-

мірювань. Так само невизначеність обчислення поправки легко оцінюється за статистичними та іншими даними отриманими з апроксимації. Описане легко реалізується для всіх ланок ланцюга простежуваності, крім першої – ключових звірень. Адже під час ключових звірень порівняти можна тільки результати вимірювань еталонами один з одним. Виходячи з цього, до останнього часу, зсуви (ступені еквівалентності) визначалися виключно в точках вимірювань, як описано в основоположній статті^[1]. Зсуви (ступені еквівалентності) визначалися як різниці між результатом вимірювань лабораторії і середнім або середньозваженим значенням в цій точці. Ці прості обчислення також є частковим випадком МНК.

В роботах ^[2, 3] вперше запропоновано об'єднати згадані прості і відомі процедури апроксимації та усереднення в одну. Ця процедура реалізує **загальну методологію зрівнювання результатів вимірювань за МНК**. Адже в запропоновану модель вимірювань опорні значення ключових звірень включені разом з адитивними та мультиплікативними ступенями еквівалентності еталонів, які є коефіцієнтами лінійного рівняння. Після зрівнювання, вони є оцінками систематичної складової похибки вимірювань кожним еталоном (зсувами).

Тому як адитивна та мультиплікативна ступені еквівалентності є узагальненими характеристиками кожного еталона, то через них виникає кореляція між опорними значеннями ключових звірень. Математично строга реалізація процедури за МНК вимагає складання та вирішення великої кількості рівнянь. Для вирішення означених проблем до них також приєднуються спеціальні рівняння, описані нижче, а також в ^[2, 3]. Складання та вирішення великої кількості рівнянь під силу тільки спеціалізованому програмному забезпеченню, яке було створене та має назву «Metrology Network».

Оброблення результатів вимірювань під час ключових звірень EURAMET.L-K1.2011 «Вимірювання кінцевих мір довжини на інтерферометрії», описаних ^[4], виконувалося, з певною модифікацією, за ^[1]. З метою демонстрування переваг та можливостей нового математичного апарату ^[3], нижче

наведені результати переоброблення результатів вимірювань під час звірень [4] за допомогою програмного забезпечення «Metrology Network», яке складене за [3]. Крім того, виконане зрівнювання симульованих результатів вимірювань, які приблизно у сім разів переважають за об'ємом результати вимірювань за [4] для демонстрування можливості зрівнювання будь-яких великих об'ємів і складних комбінацій вимірювань. Це зроблено з метою обґрунтування можливості проведення міжнародних всеохоплюючих звірень розширеного кола учасників (надалі – всеохоплюючих звірень), які охоплюють еталони практично всіх національних метрологічних інститутів за певним видом вимірювань, де це доцільно. Адже існують види вимірювань де дефіцит звірень відчутний, тому ідея організації міжнародних розширених звірень є актуальною.

Схожі моделі вимірювань добре відомі. Наприклад, аналогічна модель достатньо повно викладена в [5], але там вона не пристосована до оброблення результатів ключових звірень. До неї не включені опорні значення ключових звірень та не застосовується умова, за якою суми мультиплікативних та/або адитивних параметрів еталонів дорівнюють нулю.

Однією з основних причин відсутності міжнародних всеохоплюючих звірень, на нашу думку, є відсутність визнаного в світі простого і доступного для розуміння математичного апарату та його реалізації у вигляді програмного забезпечення.

Крім того, реалізація загальної методології зрівнювання результатів вимірювань за МНК дозволяє тим самим програмним забезпеченням «Metrology Network» методологічно однаково та математично строго вирішувати безліч часткових випадків під час проведення регіональних та двосторонніх додаткових звірень, а також будь-яких калібрувань. Адже оцінені опорні значення ключових звірень, адитивні та мультиплікативні ступені еквівалентності еталонів, як найвищої ланки ланцюга простежуваності, можуть використовуватися як опорні для будь-яких наступних звірень та калібрувань. Іншими словами, увесь ланцюг простежуваності можливо буде реалізувати програмним забезпеченням «Metrology Network» не виходячи за його межі.

3. Загальний опис ключових звірень EURAMET.L-K1.2011 «Вимірювання кінцевих мір довжини на інтерферометрі»

Ключові звірення EURAMET.L-K1.2011 «Вимірювання кінцевих мір довжини на інтерферометрі» описані в [4]. У цих звіреннях взяли участь 24 лабораторії. Вони були розділені на дві групи. Перша група брала участь петлі А, а друга – у петлі В. Лише три лабораторії були зв'язаними і брали участь у петлі А та петлі В: BEV (Австрія), METAS (Швейцарія) та MIKES (Фінляндія).

У звіреннях було задіяно шість комплектів кінцевих мір довжини (КМД): два набори, що складаються з восьми коротких сталевих КМД кожний номінальною довжиною від 0,5 до 100 мм; два набори, що складаються з восьми коротких керамічних КМД кожний номінальною довжиною від 0,5 до 100 мм і два набори, що складаються з трьох довгих сталевих КМД кожний. У кожній петлі було задіяно три набори КМД з шести.

Переобробленню новою програмою «Metrology Network» піддавалися окремо результати вимірювань довжини коротких сталевих та керамічних КМД.

У підсумку придатними для остаточного оброблення були визнані результати вимірювань 21 лабораторією для сталевих КМД та 20 лабораторіями для керамічних КМД.

4. Короткий опис математичного апарату для оброблення результатів вимірювань програмою «Metrology Network»

Модель вимірювань, закладена в програму «Metrology Network» відрізняється від тої, що описана у звіті про звірення [4]. Вона докладно описана в [3] та має вигляд:

$$x_{ij} = y_i + d_j + b_j \cdot x_{ij}, \quad (1)$$

де x_{ij} – значення довжини КМД виміряне еталонним учасником звірень;

y_i – опорне значення ключових звірень, приписане КМД за результатами оброблення;

d_j, b_j – адитивний та мультиплікативний параметри еталона, наприклад, адитивна та мультиплікативна ступені еквівалентності еталона; $i = 1 \dots n$ – номер КМД та $j = 1 \dots k$ – номер еталону учасника відповідно.

Адитивна та мультиплікативна ступені еквівалентності кожного еталона є оцінками систематичних складових похибки вимірювань цими еталонами (тобто, є зсувами).

Для кращого розуміння суті зрівнювання перетворимо рівняння моделі вимірювань (1) на рівняння поправок. Опускаючи деякі проміжні міркування запишемо рівняння поправок:

$$v_{x_{ij}} = \delta y_i + \delta d_j + \delta b_j \cdot x_{ij} + l_{ij}, \quad (2)$$

де $v_{x_{ij}}$ – поправка зі зрівнювання до вимірних значень довжини КМД;

$\delta y_i, \delta d_j, \delta b_j$ – поправки зі зрівнювання до наближеного опорного значення ключових звірень та наближених значень адитивної та мультиплікативної ступені еквівалентності еталона;

$l_{ij} = y_{0i} + d_{0j} + b_{0j} \cdot x_{ij} - x_{ij}$ – вільний член рівняння поправок;

y_{0i}, d_{0j}, b_{0j} – наближене щодо опорного значення ключових звірень та наближені значення адитивної та мультиплікативної ступені еквівалентності еталона.

Поправки зі зрівнювання до вимірних значень довжини КМД (2) фактично є ступенями еквівалентності кожного еталона в кожній точці вимірювань $v_{x_{ij}} = d_{ij}$. Це точно відповідає основоположній публікації [1], за формулами якої обробляються результати вимірювань для більшості звірень.

Важливою властивістю програми «Metrology Network» є те, що модель вимірювань (1) легко перелаштовується на наступні часткові випадки:

$$x_{ij} = y_i; \quad v_{x_{ij}} = \delta y_i + l_{ij}; \quad (3)$$

$$x_{ij} = y_i + d_j; \quad v_{x_{ij}} = \delta y_i + \delta d_j + l_{ij}; \quad (4)$$

$$x_{ij} = y_i + b_j \cdot x_{ij}; \quad v_{x_{ij}} = \delta y_i + \delta b_j \cdot x_{ij} + l_{ij}. \quad (5)$$

Модель (3) фактично є елементарною моделлю визначення опорного значення ключових звірень як середньозваженого без оцінювання систематичних складових похибки вимірювань. При цьому, сумісне рішення відсутнє. Воно розпадається на окремі усереднення. Однак для користувача програми «Metrology Network» це проходить непомітно. Цей режим може бути застосований для перевірки того, який ефект буде мати виключення систематичних складових похибки вимірювань, якщо застосовувати більш складні моделі вимірювань.

Для кожного еталону була оцінена адитивна ступінь еквівалентності за моделлю (4) окремо для сталевих та керамічних КМД. Вона є певною константою, яка, зі своїм знаком, додається до кожної вимірної довжини КМД на даному еталоні і є оцінкою систематичної складової похибки вимірювань.

Для кожного еталону була оцінена адитивна та мультиплікативна ступені еквівалентності за повною моделлю (1) окремо для сталевих та керамічних КМД. Тобто визначалася не тільки деяка константа для кожного еталону, а і деякий коефіцієнт, який встановлює залежність між похибкою вимірювань еталонам і вимірними відхилами довжини КМД від їх номінальних значень.

Модель (5) не застосовувалась тому, як вона виявилась в цьому конкретному випадку не ефективною.

Зважаючи, що обробляються ключові звірення, тобто буд-які опорні значення для звірень відсутні, то необхідно застосувати вільний випадок зрівнювання з додатковими сумарними рівняннями згідно з [3]. Додаткові сумарні рівняння:

$$\sum_{j=1}^k \bar{w}(d_j) \cdot d_j = 0; \quad \sum_{j=1}^k \bar{w}(b_j) \cdot b_j = 0, \quad (6)$$

де $\bar{w}(d_j)$ та $\bar{w}(b_j)$ – апіорна вага адитивної та мультиплікативної ступені еквівалентності еталона.

В даному конкретному випадку переоброблення результатів звірень [4] приймалося, що всі

априорні ваги ступенів еквівалентності однакові. Тому рівняння (6) будуть мати спрощений вигляд:

$$\sum_{j=1}^k d_j = 0; \quad \sum_{j=1}^k b_j = 0. \quad (7)$$

Програма «Metrology Network» приєднує рівняння (7) до системи рівнянь поправок аналогічних (2). Як результат, для рішень представлених нижче виконується перша умова (7) або обидві умови. Перша важлива умова, згідно з якою для всіх вимірювань приймається один і той самий усереднений нуль за шкалою вимірювань. Друга важлива умова, згідно з якою для всіх вимірювань приймається одна й та сама усереднена одиниця за шкалою вимірювань. Відносно них одержуються адитивні та мультиплікативні ступені еквівалентності еталонів як оцінки систематичних похибок вимірювань ними.

Стандартний відхил вимірювань довжини КМД, для якого вага є такою, що дорівнює одиниці, обчислюється за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k w_{ij} \cdot v_{x_{ij}}^2}{r}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k w_{ij} \cdot d_{ij}^2}{r}}, \quad (8)$$

де $v_{x_{ij}} = d_{ij}$ — ступені еквівалентності кожного еталона в кожній точці вимірювань;

$r = n \cdot k - n$ — максимальна кількість ступенів свободи для елементарної моделі (3);

$r = n \cdot k - n - k + 1$ — максимальна кількість ступенів свободи для спрощених моделей (4) та (5);

$r = n \cdot k - n - 2 \cdot k + 2$ — максимальна кількість ступенів свободи для повної моделі (1);

$w_{ij} = \frac{\sigma_0^2}{u(x_{ij})^2}$ — вага вимірювання;

σ_0^2 — дисперсія вимірюваної довжини КМД, вага якої прийнята такою, що дорівнює одиниці;

$u(x_{ij})^2$ — дисперсія вимірюваної довжини КМД x_{ij} .

Фактично за МНК мінімізується сума квадратів ступенів еквівалентності

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k w_{ij} \cdot v_{x_{ij}}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k w_{ij} \cdot d_{ij}^2 = \min$$

кожним еталонем в кожній точці вимірювань помножених на їх ваги. Цій самій умові відповідає середнє або середньозважене обчислене за [1].

Величина S коротко називається стандартним відхилом одиниці ваги. Вона характеризує невизначеність вимірювань під час звірень в цілому. Її зменшення під час застосування тієї чи іншої моделі вимірювань об'єктивно характеризує зменшення впливу виявлених систематичних складових похибки вимірювань на кінцевий результат зрівнювання.

Невизначеність типу А для значень величини, приписаних суб'єктам вимірювань за результатами зрівнювання, адитивних та мультиплікативних ступенів еквівалентності суб'єктів вимірювань (еталонів) обчислюють за формулами:

$$u_A(y_i) = S \cdot \sqrt{Q_{y_i}}; \quad u_A(d_j) = S \cdot \sqrt{Q_{d_j}}; \quad (9)$$

$$u_A(b_j) = S \cdot \sqrt{Q_{b_j}},$$

де Q_{y_i} , Q_{d_j} та Q_{b_j} — відповідні діагональні члени матриці оберненої до матриці нормальних рівнянь, які враховують всі кореляційні зв'язки, що виникли.

Для оцінювання наскільки значимим є зсув вимірювань еталонем пропонується використовувати деякий відносний коефіцієнт подібний до нормалізованого відхилу за [4] (формула (36)). Відмінність запропонованого коефіцієнта (10) від наведеного у [4] полягає в тому, що в знаменнику використовується не розширена невизначеність (подвоєна заявлена сумарна невизначеність), а подвоєна стандартна невизначеність типу А, отримана зі зрівнювання за МНК за формулами (9):

$$E_{n(d)} = \frac{d_j}{2 \cdot u_A(d_j)}; \quad E_{n(b)} = \frac{b_j}{2 \cdot u_A(b_j)}. \quad (10)$$

Нормалізований відхил (10) не обчислюється за модулем, як це зроблено в [4].

Програмою «Metrology Network» не розраховувався дрейф довжини (зміна довжини) КМД з часом. На жаль, ця версія програми не має такої можливості, але вона планується в майбутньому.

5. Короткий опис програмного забезпечення «Metrology Network»

Для вирішення описаного нижче та аналогічних завдань щодо оброблення результатів вимірювань під час звірень в програмі «Metrology Network» відкривається «Проект». Для зрівнювання результатів вимірювань під час звірень був відкритий проект «EURAMET.L-K1.2011». Він складається з окремих файлів — «Рішень». Наприклад, оброблення результатів вимірювань сталевих та керамічних КМД оформлені як окремі «Рішення». Окремими «Рішеннями» оформлено також зрівнювання результатів вимірювань для трьох лабораторій, які зв'язують між собою петлі вимірювань і для всіх лабораторій, результати яких були прийняті до оброблення.

В межах кожного «Рішення» можна легко змінити налаштування програми, наприклад, вибрати модель вимірювань (1), (3), (4) або (5). Це робилося під час переоброблення. Натисканням двох клавіш можна продублювати будь-яке рішення, додати до нього щось нове, або видалити сумнівні результати вимірювань. Далі, зберегти все, як нове рішення і виконати зрівнювання.

Кожне «Рішення» програмного забезпечення «Metrology Network» складається з трьох Таблиць, в які вводяться вихідні дані для зрівнювання і в них же одержуються результати зрівнювання.

Перша Таблиця — результати вимірювань. Вона складається з шести стовпців:

- ім'я суб'єкту вимірювань;
- ім'я об'єкту вимірювань;
- виміряне значення величини;
- стандартна невизначеність вимірювань цього значення;
- поправка до виміряного значення за результатами зрівнювання, яка є ступенем еквівалентності в точці вимірювань;
- зрівняне значення — виміряне значення плюс поправка.

Введення вихідних даних в цю Таблицю може виконуватися з таблиць «Word» або «Excel» стан-

дартними командами «Ctrl C», «Ctrl V», так само як і перенесення інформації з програми «Metrology Network» в файли формату «Word» або «Excel».

Під суб'єктами вимірювань розуміються еталони, які реалізують або відтворюють одиницю вимірювань, а під об'єктами вимірювань розуміються артефакти, яким, за результатами обчислень, приписуються опорні значення. В цю Таблицю заносяться всі вимірювання виконані суб'єктами вимірювань на об'єкти вимірювань для даного «Рішення».

Друга Таблиця — об'єкти вимірювань. Вона складається з шести стовпців:

- ім'я об'єкту вимірювань;
- початкове значення величини приписане об'єкту вимірювань до зрівнювання;
- стандартна невизначеність значення величини до зрівнювання (теоретично може дорівнювати від нуля до нескінченності);
- поправка до значення величини зі зрівнювання;
- зрівняне значення величини, приписане суб'єкту після зрівнювання;
- стандартна невизначеність зрівняного значення величини після зрівнювання.

Третя Таблиця — суб'єкти вимірювань. Вона також складається з шести стовпців. Для кожного суб'єкта вимірювань виділено його ім'я та по два рядки по шість стовпців в кожному. Окремий рядок для адитивного і окремих рядок для мультиплікативного параметру суб'єкта вимірювань.

Для кожного з рядків:

- віконце, де робиться відмітка, визначається адитивний та/або мультиплікативний параметр або жодний не визначається (використовується модель (1) або (4) або (5) або (3));
- початкове значення величини, приписане цьому параметру до зрівнювання;
- стандартна невизначеність параметра до зрівнювання (теоретично може дорівнювати від нуля до нескінченності);

- поправка до початкового значення параметра зі зрівнювання;
- зрівняне значення параметра, приписане суб'єкту після зрівнювання;
- стандартна невизначеність зрівняного значення параметра після зрівнювання.

Імена об'єктів та суб'єктів вимірювань введені в першу Таблицю автоматично з'являються у другій та третій Таблиці. Іншого шляху ввести нові об'єкти та суб'єкти вимірювань немає.

Невизначеність всіх значень величини для об'єктів вимірювань або параметрів для суб'єктів вимірювань до зрівнювання приймається, за замовчуванням, такою, що умовно дорівнює нескінченності. Цей їх статус позначається словом «Free» («Вільний»), тобто такий який підлягає визначенню за результатами зрівнювання. Якщо всі величини та параметри мають статус «Free», то і рішення має статус «Free» [3].

За необхідності жорстко прив'язати рішення до одного або декількох значень величини або параметрів, то статус цих значень змінюється на «Fixed» («Фіксований»). Це означає, що фіксованим значенням приписана невизначеність, яка дорівнює нулю і під час рішення нормальних рівнянь їх значення не отримують поправок, а всі інші зрівняні значення, через вимірювання, будуть прив'язані до фіксованих з урахуванням всіх кореляційних зв'язків. Якщо зафіксоване хоч одне значення величини чи параметр, то все рішення має статус «Fixed» [3].

Адитивні і мультиплікативні параметри суб'єктів вимірювань можуть бути включені або виключені, зафіксовані або не зафіксовані у будь-якій комбінації. Так само, у будь-якій комбінації з ними, можуть бути зафіксовані або не зафіксовані значення величини приписані об'єктам вимірювань.

Може бути виконане зрівнювання проміжне між «Free» та «Fixed». Це коли одне, декілька або всі значення величини приписані об'єктам або параметри суб'єктів мають невизначеність співставну з невизначеністю вимірювань. Зрівнювання при цьому спирається на ці значення, але змінює їх за рахунок нових вимірювань. Такі значення ма-

ють статус «Dependent» («Залежний»). Якщо, між тими що мають статус «Free», є хоч один такий, що має статус «Dependent», то все рішення має статус «Dependent». Якщо, між тими що мають статус «Dependent», є хоч один такий, що має статус «Fixed», то все рішення має статус «Fixed».

Значення величини приписані об'єктам, адитивні і мультиплікативні параметри суб'єктів вимірювань можуть мати будь-яку невизначеність у будь-якій комбінації з включеними або виключеними, зафіксованими або не зафіксованими значеннями величини та параметрами.

Для вирішення нормальних рівнянь в програмі «Metrology Network» завжди застосовується псевдообернення матриці нормальних рівнянь за [6]. Це дещо уповільнює процес зрівнювання програмою «Metrology Network», але позбавляє необхідності перевіряти чи не вироджується матриця нормальних рівнянь під час обернення.

6. Аналіз адитивних ступенів еквівалентності еталонів як оцінок систематичних складових похибок вимірювань ними

Три лабораторії BEV, METAS та MIKES за [4] виконали вимірювання у обох петлях А і В, як для сталевих так і для керамічних КМД. Тобто через їх вимірювання відбувається зв'язування усіх вимірювань за обома петлями. Зважаючи на важливість цих вимірювань було прийняте рішення обробити їх окремо.

Як вже зазначалося вище, критерієм адекватності застосованої моделі вимірювань до тих чи інших результатів вимірювань є оцінка стандартного відхилення одиниці ваги S . Якщо складніша модель дає помітне зменшення величини стандартного відхилення, то це означає, що модель вимірювань адекватна, а оцінені деякі параметри моделі є оцінками значимих систематичних складових похибки вимірювань.

Для елементарної моделі (3), отримані наступні оцінки стандартного відхилення одиниці ваги — 12,8 нм для сталевих КМД, 8,3 нм для керамічних КМД. Після оброблення за спрощеною моделлю (4) ці значення зменшилися відповідно до 9,5 нм та 5,4 нм, на 26 % та 34 % відповідно, що є дуже суттєвим.

Таблиця 1. Адитивні ступені еквівалентності еталонів, які є зв'язуючими між двома петлями

Лабораторія	Сталеві КМД			Керамічні КМД			Різниця δd_j , нм
	d_j , нм	$u_A(d_j)$, нм	$E_{n(d)}$	d_j , нм	$u_A(d_j)$, нм	$E_{n(d)}$	
BEV	8.7	3.5	1.24	6.5	2.4	1.35	2.2
METAS	-11.7	3.1	1.92	-9.3	2.3	2.02	-2.4
MIKES	3.0	3.2	0.47	2.8	2.2	0.64	0.2

Результати оброблення за спрощеною моделлю (4) та умовою (7) наведено в Таблиці 1. Стандартні невизначеності типу А в Таблиці 1 та наступних Таблицях розраховувалися за формулами (9), а нормалізовані відхили $E_{n(d)}$ за формулою (10).

З Таблиці 1 випливає наступне:

1. Адитивні ступені еквівалентності еталонів, які є оцінками систематичних складових похибки вимірювань довжини КМД еталонами (зсувами), є дуже суттєвими для двох еталонів з трьох.

2. Для цих трьох лабораторій ця систематична складова не залежить від матеріалу КМД. Значення близькі, як для сталевих так і для керамічних КМД.

3. Результати вимірювань трьома лабораторіями цілком надійні для зв'язування результатів вимірювань у різних петлях, однак, врахування систематичної складової похибки вимірювань за моделлю (4) є необхідним.

В Таблиці 2 наведені обчислені за моделлю (4) адитивні ступені еквівалентності еталонів всіх учасників звірень включених в оброблення. Як і в Таблиці 1 представлені результати обчислень отримані окремо для сталевих та керамічних КМД. З 24 лабораторій заявлених у звіреннях остаточному обробленню піддавались дані 21 лабораторії, які виміряли довжину сталевих КМД та 20 лабораторій – керамічних КМД.

Для елементарної моделі (3) отримані наступні оцінки стандартного відхилу одиниці ваги: 12,8 нм для сталевих КМД, 13,8 нм для керамічних КМД. Після оброблення за спрощеною моделлю (4) ці значення зменшилися відповідно до 10,5 нм та 10,1 нм, на 18 % та 27 % відповідно, що є дуже суттєвим.

Апріорний стандартний відхил вимірювань довжини КМД, який використовувався як чисельник у формулі розрахунку ваг вимірювань (8) і для якого вага була прийнята за одиницю, дорівнював $\sigma_0 = 10$ нм. Це дуже близько до експериментальних стандартних відхилів після зрівнювання результатів вимірювань довжини сталевих та керамічних КМД, а саме 10,5 нм та 10,1 нм. Цей факт вказує на те, що учасниками звірень, в середньому, власні невизначеності вимірювань були оцінені адекватно. Але найкраща збіжність отримана тільки після того, як адитивні ступені еквівалентності були виключені з оцінки стандартної невизначеності одиниці ваги за (8) під час зрівнювання за моделлю (4).

Попередній аналіз поправок зі зрівнювання (2) до результатів вимірювань довжини сталевих КМД трьома зв'язуючими лабораторіями, показав, що стандартний відхил після зрівнювання за моделлю (4) для BEV становить 7,5 нм, для METAS становить 8,1 нм і для MIKES становить 13,4 нм. Заявлені лабораторіями стандартні невизначеності вимірювань в діапазоні довжини КМД від 0,5 до 100 мм складають для BEV 15 нм, для METAS від 9,5 до 13 нм і для MIKES від 10 до 18 нм. Як бачимо є суттєві розбіжності. Це доводить, що можна розглядати питання щодо аналізування адекватності заявлених оцінок невизначеності вимірювань лабораторіями у порівнянні з статистичними оцінками отриманими під час зрівнювання. Цю функцію також не важко реалізувати в «Metrology Network».

З Таблиці 2 випливає наступне:

1. Для першої групи учасників адитивні ступені еквівалентності еталонів отримані для сталевих та керамічних КМД є достатньо близькими (верхня

Таблиця 2. Адитивні ступені еквівалентності еталонів всіх учасників звірень включених в оброблення

Петля	Лабораторія	Сталеві КМД			Керамічні КМД			Різниця δd_j , нм
		d_j , нм	$u_A(d_j)$, нм	$E_{n(d)}$	d_j , нм	$u_A(d_j)$, нм	$E_{n(d)}$	
Перша група учасників								
A B	BEV	8.9	4.0	1.11	6.8	3.8	0.90	2.1
B	СМІ	1.1	5.0		5.3	5.2		-4.2
A B	MIKES	2.9	3.1		3.2	2.9		-0.3
B	GUM	2.6	5.0		0.3	4.4		2.3
B	SMD	3.7	4.0		-1.0	3.4		4.7
B	LNE	-1.7	3.8		-4.4	3.7		2.7
B	VSL	3.1	4.4		-2.8	3.9		5.9
B	NPL	-3.7	4.4		-7.4	4.2	-0.90	3.7
A	EIM	-2.5	5.2		-8.3	5.0		5.8
A B	METAS	-11.8	2.9	-2.03	-9.0	3.2	-1.40	-2.8
B	CEM	-17.2	4.3	-2.00	-22.1	4.0	-2.76	4.9
Друга група учасників								
A	DMDM	-3.9	4.4		16.2	4.3	1.88	20.1
A	SMU	25.0	5.1	2.45	—	—	—	—
A	UME	-0.8	5.4		22.7	5.1	2.23	-23.5
A	NIS	-20.0	10.9	-0.92	-7.0	8.0		-13.0
A	DFM	11.8	5.1	1.16	-6.5	4.9		18.3
A	FSB	-13.2	6.2	-1.06	-27.7	6.1	-2.27	14.5
A	JV	-11.3	4.5	-1.26	-3.2	4.5		-8.1
B	INM	12.8	6.8	0.94	22.1	6.3	1.75	-9.3
B	SP	-1.7	5.8		-18.9	5.7	-1.66	17.2
B	IPQ	15.8	10.5		41.7	9.7	2.15	-25.9

частина Таблиці 2), що є позитивним фактом. Для другої групи (нижня частина Таблиці 2) розбіжності є дуже суттєвими, що повинно бути предметом аналізування лабораторіями.

2. П'ятнадцять з сорока одного ступеня еквівалентності еталонів перевищують свою подвоєну

стандартну невизначеність (коефіцієнт $-1 \geq E_n \geq 1$). Ще для чотирьох коефіцієнт $-0,9 \geq E_n \geq 0,9$. Це вказує на те, що для більш ніж третини еталонів зсув вимірювань довжини КМД є значним.

3. Тільки для шести еталонів СМІ, MIKES, GUM, SMD, LNE, VSL зсуви вимірювань можна вважати

незначними, як для сталевих КМД, так і для керамічних КМД одночасно.

4. Різниці між адитивними ступенями еквівалентності (зсувами) для сталевих та керамічних КМД, наведені в останньому стовпці Таблиці 2, свідчать про їх сталий характер для еталонів з першої групи. Адже тільки 4 з 11 різниць трохи перевищують стандартні відхилення зсувів. Для другої групи різниця дуже значні, адже в декілька разів перевищують їх стандартні відхилення.

5. Сталий характер зсувів вимірювань кожним еталонем першої групи дає можливість використовувати їх як поправки під час калібрувань та як опорні значення під час наступних звірень.

7. Сумісний аналіз адитивних та мультиплікативних ступенів еквівалентності еталонів

Під час зрівнювання за моделлю вимірювань (1) виконується апроксимація лінійною функцією похи-

бок вимірювань кожним еталонем разом з обчисленням опорних значень ключових звірень. Адитивні та мультиплікативні ступені еквівалентності еталонів є цими коефіцієнтами апроксимуючих лінійних функцій. В попередньому розділі було доведено, що адитивна ступінь еквівалентності носить для багатьох лабораторій сталий характер. В цьому — завданням є перевірити, чи носить мультиплікативна ступінь еквівалентності, за даними звірень^[4], такий самий сталий характер і як вона взаємодіє з адитивною.

Як вже писалося вище, модель (4) дала оцінку стандартного відхилення одиниці ваги для сталевих КМД у 10,5 нм. Після оброблення за повною моделлю (1) це значення зменшилося до 8,4 нм, тобто на 20 %, що є дуже суттєвим.

Модель (1) у порівнянні з моделлю (4) для керамічних КМД дала невелике збільшення оцінки стандартного відхилення одиниці ваги з 10,1 нм до 10,4 нм. Це свідчить про те, що повна модель (1) не краща за спрощену (4) у цьому конкретному випадку.

Таблиця 3. Адитивні ступені еквівалентності еталонів всіх учасників звірень включених в оброблення за моделлю (1)

Петля	Лабораторія	Сталеві КМД			Керамічні КМД			Різниця δd_j , нм
		d_j , нм	$u_A(d_j)$, нм	$E_{n(d)}$	d_j , нм	$u_A(d_j)$, нм	$E_{n(d)}$	
Перша група учасників								
A B	BEV	10.5	3.5	1.50	7.0	5.6		3.5
B	СМІ	2.8	4.1		4.7	8.9		-1.9
A B	MIKES	2.1	2.6		2.6	4.3		-0.5
B	GUM	5.0	4.1		-0.6	7.2		5.6
B	SMD	4.1	3.4		-0.8	4.4		4.9
B	LNE	-0.9	3.2		-2.9	6.1		2.0
B	VSL	2.2	3.7		-5.8	6.3		8.0
B	NPL	-2.4	3.7		4.3	7.2		-6.7
A	EIM	-8.5	4.7	-0.90	-10.4	5.9		1.9
A B	METAS	-10.5	2.5	-2.10	-10.5	4.2	-1.25	0.0
B	CEM	-12.5	3.5	-1.78	-18.3	6.2	-1.48	5.8

Таблиця 3. Адитивні ступені еквівалентності еталонів всіх учасників звірень включених в оброблення за моделлю (1). (Продовження)

Петля	Лабораторія	Сталеві КМД			Керамічні КМД			Різниця δd_j , нм
		d_j , нм	$u_A(d_j)$, нм	$E_{n(d)}$	d_j , нм	$u_A(d_j)$, нм	$E_{n(d)}$	
Друга група учасників								
A	DMDM	-5.0	4.0		19.2	6.0	1.88	24.2
A	SMU	17.2	4.4	1.95	—	—		—
A	UME	1.5	4.9		24.4	7.3	1.67	-22.9
A	NIS	-28.4	9.7	-1.46	-9.2	9.2		-19.2
A	DFM	10.4	4.3	1.21	-8.1	5.8		18.3
A	FSB	-6.8	5.7		-29.2	6.6	-2.21	22.4
A	JV	-10.7	4.1	-1.30	-5.9	5.4		-4.8
B	INM	16.2	6.8	1.19	26.7	17.6		-9.3
B	SP	-3.3	4.8		-14.5	9.0		10.5
B	IPQ	17.1	8.5	1.01	27.5	18.4		-10.4

Таблиця 4. Мультиплікативні ступені еквівалентності еталонів всіх учасників звірень включених в оброблення за моделлю (1)

Петля	Лабораторія	Сталеві КМД			Керамічні КМД		
		b_j , нм /мкм	$u_A(b_j)$, нм /мкм	$E_{n(b)}$	b_j , нм /мкм	$u_A(b_j)$, нм /мкм	$E_{n(b)}$
Перша група учасників							
A B	BEV	44.1	19	1.16	-4.0	45	
B	СМІ	74.4	24	1.55	10.8	82	
A B	MIKES	1.9	20		6.6	40	
B	GUM	74.7	24	1.56	9.3	58	
B	SMD	63.5	34	0.93	-15.1	43	
B	LNE	31.6	22		-15.3	58	
B	VSL	3.8	22		34.4	53	
B	NPL	45.9	21	1.09	-133	67	-0.99
A	EIM	-71.4	38	-0.94	42.4	60	
A B	METAS	35.7	18	0.99	22.1	37	
B	CEM	122.3	21	5.82	-54.4	68	

Таблиця 4. Мультиплікативні ступені еквівалентності еталонів всіх учасників звірень включених в оброблення за моделлю (1). (Продовження)

Петля	Лабораторія	Сталеві КМД			Керамічні КМД		
		b_j , нм /мкм	$u_A(b_j)$, нм /мкм	$E_{n(b)}$	b_j , нм /мкм	$u_A(b_j)$, нм /мкм	$E_{n(b)}$
Друга група учасників							
A	DMDM	9.3	26		-52.8	56	
A	SMU	-159	40	-1.99	—	—	
A	UME	52	31		-29.5	65	
A	NIS	-395	221	0.90	41	88	
A	DFM	2.4	37		28.0	59	
A	FSB	107	37	1.45	53.3	71	
A	JV	32.6	33		50.9	53	
B	INM	-26.2	96		-44.4	167	
B	SP	-24.0	28		-55.0	87	
B	IPQ	-25.3	75		105.3	116	

У Таблиці 3 та 4 наведені окремо адитивні і окремо мультиплікативні ступені еквівалентності еталонів учасників звірень отримані за єдиною повною моделлю (1).

Програма «Metrology Network» обчислює мультиплікативні ступені еквівалентності, в даному конкретному випадку звірень, як коефіцієнт лінійного рівняння виражений в нанометрах на мікрометр (нм/мкм). Наприклад, якщо цей коефіцієнт в Таблиці 4 дорівнює 44 нм/мкм, то це означає, що зсув вимірювань еталонном складає 44 нанометри на один мікрометр (1000 нанометрів) відхилю довжини КМД від номіналу. Невизначеність цих коефіцієнтів виражена в таких самих одиницях.

З Таблиць 3 та 4 впливає наступне:

1. Більша частина адитивних ступенів еквівалентності еталонів, обчислених за спрощеною моделлю (4) та повною моделлю (1), помітно різняться за величиною, але кардинальних змін не відбулось.

Тобто адитивні ступені еквівалентності еталонів залишились для першої групи їх сталими характеристиками, а для другої групи вони різняться так само сильно.

2. Мультиплікативні ступені еквівалентності еталонів, наведені в Таблиці 4, не мають такого сталого характеру. Для більшості лабораторій вони суттєво різні для сталевих та керамічних КМД.

3. Невизначеність мультиплікативних ступенів еквівалентності значно краща для сталевих КМД, ніж для керамічних КМД. Це обумовлено тим, що значення відхилів довжини КМД від їх номінальних значень для сталевих КМД рівномірно розподілені в діапазоні вимірювань і мають від'ємні та додатні значення (Таблиця 5). Для керамічних КМД цей діапазон менший, відхили в ньому скупчені (не розташовані рівномірно в діапазоні) і, в основному, мають додатній знак (Таблиця 6).

4. В Таблицях 3 та 4 можна знайти лабораторії, які мають великі адитивні та/або мультиплікативні

ступені еквівалентності і дуже різні для сталевих та керамічних КМД. На підставі цього всі вимірювання виконані цими лабораторіями можуть бути, на першому етапі, виключені з обчислення опорних значень ключових звірень, а на другому етапі, обчислені відносно нових опорних значень.

8. Порівняльний аналіз опорних значень ключових звірень зі звіту про звірення та за результатами оброблення програмою «Metrology Network»

В стовпцях 3 та 4 Таблиць 5 та 6 записані опорні значення ключових звірень та їх стандартні

Таблиця 5. Порівняння опорних значень ключових звірень зі звіту про звірення^[4] та отриманих за результатами оброблення програмою «Metrology Network» для сталевих КМД за моделлю (4)

Результати EURAMET.L-K1.2011 з ^[4]				Результати зрівнювання EURAMET.L-K1.2011 за МНК з використанням вільного випадку з додатковими сумарними рівняннями					
Петля	Номинальна довжина, мм	Опорна величина, нм	Стандартна невизначеність, нм	Опорна величина, нм	Стандартна невизначеність, нм	Різниця, нм	Опорна величина, нм	Стандартна невизначеність, нм	Різниця, нм
	Y_i	y_i^{EUR}	$u(y_i)$	y_i	$u(y_i)$	$\Delta_i = y_i^{EUR} - y_i$	y_i	$u(y_i)$	$\Delta_i = y_i^{EUR} - y_i$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0.5	-3.8	3.5	3.7	6.4	-7.5	-2.7	4.1	-1.1
	1.15	-44.5	3.2	-48.8	6.4	4.5	-47.4	3.7	2.9
	3	56.1	3.1	57.0	6.4	-0.9	56.2	3.8	-0.1
	5	21.7	3.1	22.1	6.4	-0.4	21.0	3.8	0.7
	7	-103.2	3.2	-105.6	6.4	2.4	-102.3	4.2	-0.9
	23.5	-99.6	3.6	-101.9	6.7	2.3	-102.0	3.9	2.4
	80	-244.1	5.3	-246.3	8.5	2.2	-244.2	5.8	0.1
B	100	-540.6	6.0	-539.9	8.5	-0.7	-534.7	6.4	-5.9
	0.5	34.8	3.2	38.0	6.4	-3.2	37.2	3.8	-2.4
	1.15	25.2	3.1	24.9	6.4	0.3	26.8	3.8	-1.6
	3	25.5	3.3	30.4	6.4	-4.9	28.2	3.9	-2.7
	5	-70.1	3.1	-71.1	6.4	1.0	-68.0	3.8	-2.1
	7	34.4	3.2	32.0	6.4	2.4	36.0	3.8	-1.6
	23.5	134.8	3.4	135.8	6.7	-1.0	136.7	4.0	-1.9
80	-332.4	4.6	-330.1	8.4	-2.3	-331.1	5.2	-1.1	
100	-714.9	5.7	-714.7	9.0	-0.2	-727.7	6.0	12.8	

невизначеності зі звіту^[4] про звірення, відповідно, для сталевих та керамічних КМД.

В стовпці 5 та 6 Таблиць 5 та 6 записані опорні значення ключових звірень та їх стандартні невідомості за результатами оброблення програмою «Metrology Network» результатів вимірювань тільки

трьома зв'язуючими лабораторіями BEV, METAS та MIKES, відповідно, для сталевих та керамічних КМД за моделлю (4).

В стовпці 8 та 9 Таблиць 5 та 6 записані опорні значення ключових звірень та їх стандартні невідомості за результатами оброблення програмою

Таблиця 6. Порівняння опорних значень ключових звірень зі звіту про звірення^[4] та отриманих за результатами оброблення програмою «Metrology Network» для керамічних КМД за моделлю (4)

Результати EURAMET.L-K1.2011 з ^[4]				Результати зрівнювання EURAMET.L-K1.2011 за МНК з використанням вільного випадку з додатковими сумарними рівняннями					
Петля	Номінальна довжина, мм	Опорна величина, нм	Стандартна невизначеність, нм	Опорна величина, нм	Стандартна невизначеність, нм	Різниця, нм	Опорна величина, нм	Стандартна невизначеність, нм	Різниця, нм
	Y_i	y_i^{EUR}	$u(y_i)$	y_i	$u(y_i)$	$\Delta_i = y_i^{EUR} - y_i$	y_i	$u(y_i)$	$\Delta_i = y_i^{EUR} - y_i$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0.5	48.6	3.3	53.2	4.1	-4.6	48.9	3.8	-0.3
	1.15	135.2	3.3	139.2	4.1	-4.0	135.3	3.8	-0.1
	3	83.5	3.3	84.7	4.1	-1.2	83.7	3.8	-0.2
	5	79.0	3.3	83.1	4.1	-4.1	79.3	3.8	-0.3
	7	-130.5	3.5	-126.2	3.9	-4.3	-126.4	3.7	-4.1
	23.5	41.8	3.7	34.2	4.3	7.6	39.3	4.1	2.5
	80	158.9	5.2	147.7	5.0	11.2	153.0	5.5	5.9
	100	-10.8	5.6	-17.7	5.3	6.9	-12.5	5.9	1.7
B	0.5	64.7	3.1	68.7	4.1	-4.0	68.3	3.6	-3.6
	1.15	131.3	3.2	131.6	4.1	-0.3	135.2	3.7	-3.9
	3	49.1	3.4	51.9	4.1	-2.8	48.5	3.8	0.6
	5	52.7	3.2	54.1	4.1	-1.4	56.5	3.6	-3.8
	7	76.4	3.3	78.3	4.1	2.4	81.1	3.8	-4.7
	23.5	43.1	3.3	45.7	4.3	-2.6	46.0	3.8	-2.9
	80	133.7	4.7	133.6	5.0	0.1	129.2	4.9	4.5
	100	330.1	5.2	334.4	5.3	-4.3	325.5	5.3	4.6

«Metrology Network» результатів вимірювань всіма лабораторіями, які були допущені до оброблення, відповідно, для сталевих та керамічних КМД за моделлю (4).

В Таблиці 5 виміряна довжина для двох сталевих 100-міліметрових КМД з ^[4] була розрахована з урахуванням даних лінійного дрейфу на момент часу, який дорівнював середньому між часом вимірювань BEV, METAS та MIKES (див. колонку 3 в Таблиці 5).

В стовпцях 7 та 10 Таблиць 5 та 6 наведені різниці між опорними значеннями ключових звірень з ^[4] та обчисленими програмою «Metrology Network». З аналізу різниць випливає, що точного збігу опорних значень ключових звірень немає, хоча і суттєвих різниць теж не багато. На 64 результати, що аналізуються, всього два значення різниць, за абсолютною величиною, перевищують подвоєну стандартну невизначеність опорного значення зі зрівнювання. Ще декілька значень різниць, в основному для керамічних КМД, перевищують стандартну невизначеність опорного значення зі зрівнювання.

Це доводить, що опорні значення ключових звірень дещо уточнюються за рахунок послаблення впливу оцінених систематичних складових похибки вимірювань, але в цьому конкретному випадку різниці не виходять за розумні межі. Виходячи з цього програмне забезпечення «Metrology Network» можна вважати цілком придатним для оброблення результатів звірень.

9. Короткий опис майбутніх всеохоплюючих звірень

Вище наведено оброблення 181 результату вимірювання довжини сталевих КМД та 178 результатів вимірювання довжини керамічних КМД. Оброблення навіть такої відносно невеликої кількості результатів вимірювань з використанням загальної методології зрівнювання вимірювань за МНК унеможливило застосування такого зручного програмного продукту як «Excel». Адже це пов'язано зі складанням та вирішенням декількох десятків рівнянь.

Уявимо собі майбутні всеохоплюючі звірення коротких кінцевих мір довжини, які, під егідою

МБМВ, проводять одночасно всі регіональні метрологічні організації. Такі звірення були симульовані на базі описаних вище реальних звірень. Метою такої симуляції була перевірка придатності програмного продукту «Metrology Network» щодо оброблення значно більшої кількості результатів вимірювань, які зв'язані між собою перехресними вимірюваннями.

Були симульовані звірення, в яких приймає участь 120 лабораторій. Було також поставлене завдання, щодо можливості розроблення для аналогічних реальних звірень щільного графіку вимірювань з метою їх швидкого проходження. Для цього, у звірнях було симульовано 12 наборів сталевих КМД та 12 наборів керамічних КМД по 8 КМД у кожному. Тобто було симульовано 24 петлі вимірювань по 10 лабораторій у кожній. У кожній такій групі з 10 лабораторій було симульовано по три лабораторії, які приймали участь у двох суміжних петлях, як для двох сталевих так і для двох керамічних наборів КМД. Таким чином вони об'єднали лабораторії у групи по 20 лабораторій. Крім того, у кожній групі з 20 лабораторій було симульовано по три інші лабораторії, які також, крім наборів своєї групи, робили вимірювання довжини двох наборів сталевих КМД з суміжної групи з 20 лабораторій. Загалом оброблялося 2442 симульованих вимірювання, які за структурою та статистичними характеристиками систематичних та випадкових складових похибки вимірювань є подібними до реальних вимірювань у ключових звірнях EURAMET.L-K1.2011 «Вимірювання кінцевих мір довжини на інтерферометрії» описаних у ^[4].

Програмне забезпечення «Metrology Network» чудово впоралося з поставленим завданням. Почергово були задіяні всі чотири моделі вимірювань, а саме елементарна (3), дві спрощених (4) та (5), коли визначається окремо адитивна і окремо мультиплікативна ступені еквівалентності та повна модель (1), коли вони визначаються разом. У всіх моделях складалося 192 нормальних рівняння для опорних значень ключових звірень. Для повної моделі складалося ще 120 нормальних рівнянь для адитивних та 120 для мультиплікативних ступенів

еквівалентності. Для повної моделі (1) загалом склалося та вирішувалося 432 нормальних рівняння під умовами (7). Критерієм ефективності застосування тої чи іншої моделі вимірювань було, як і раніше, зменшення стандартного відхилення одиниці ваги (8). Так для елементарної моделі (3), коли рішення фактично розпадалося на обчислення окремих середньозважених значень, стандартний відхил одиниці ваги дорівнював 13,75 нм. Застосування спрощеної моделі (5), коли обчислювалася тільки мультиплікативна складова, зменшення було незначним – до 12,95 нм. А от після застосування спрощеної моделі тільки з адитивною складовою (4) призвело до більш істотного зменшення – до 11,60 нм. Повна модель (1) дала зменшення стандартного відхилення одиниці ваги до 10,96 нм – загальне зменшення на 20 % по відношенню до елементарної моделі (3).

Головне, що застосування додаткових рівнянь (7) давало змогу обчислити всі адитивні ступені еквівалентності відносно єдиного нуля шкали, усередненого з усіх вимірювань. Завдяки рівнянням (7) всі мультиплікативні ступені еквівалентності обчислені відносно одиниці вимірювань усередненої з усіх вимірювань.

Можна стверджувати, що математично строго обробити таку складну комбінацію такої великої кількості вимірювань можливо тільки застосувавши математичний апарат ^[3] та програмне забезпечення типу «Metrology Network», яке реалізує загальну методологію зрівнювання вимірювань за методом найменших квадратів. Адже, немає обмежень (крім формальних) на кількість суб'єктів та об'єктів вимірювань, які приймають участь у звіреннях, на кількість утворених петель під час звірень, кількість об'єктів в петлях та кількість вимірювань суб'єктами у різних петлях. Формальні обмеження встановлюються метрологічною спільнотою. До формальних обмежень також можна віднести потужності комп'ютера, на якому будуть виконуватись обчислення.

10. Висновки

1. Спеціально розроблене програмне забезпечення «Metrology Network» дає можливість обробити

всі складні комбінації великої кількості результатів вимірювань, щоб отримати опорні значення звірень для об'єктів вимірювань, а також адитивну та/або мультиплікативну ступені еквівалентності суб'єктів вимірювань (еталонів).

2. Адитивні та/або мультиплікативні ступені еквівалентності еталонів є простими для розуміння, ефективними узагальненими характеристиками систематичної складової похибки вимірювань еталонами, отриманими за результатами звірень. Їх можна використовувати як поправки під час калібрувань або як опорні значення під час проведення наступних звірень.

3. Доведено, що адитивні ступені еквівалентності еталонів (інтерферометрів) можуть бути сталою незмінною протягом певного періоду характеристикою систематичної складової похибки вимірювань довжини сталевих та керамічних КМД.

4. Програмне забезпечення «Metrology Network», реалізує загальну методологію зрівнювання вимірювань за методом найменших квадратів. Тим самим воно знімає обмеження на кількість суб'єктів та об'єктів вимірювань, що приймають участь у звіреннях, а також на кількість петель, які вони утворюють. Воно також знімає обмеження на кількість можливих перетинів таких петель, якщо під перетином розуміється участь однієї лабораторії (суб'єкту) у декількох петлях. Збільшення кількості таких перетинів однозначно покращує загальний результат.

5. Зняття перерахованих обмежень відкриває широкі можливості щодо логістичної оптимізації руху великої кількості об'єктів вимірювань (артефактів) між суб'єктами вимірювань (еталонами лабораторій). За рахунок такої оптимізації та збільшення кількості об'єктів вимірювань, які обертуються між лабораторіями під час звірень, можна уникнути суттєвого збільшення часу на проведення звірень.

6. Головний висновок полягає у тому, що зняття формальних обмежень щодо організації міжнародних всеохоплюючих звірень у будь-якій галузі вимірювань, де метрологічна спільнота буде вважати це за доцільне.

Посилання

1. Кокс М. Г. 2002 Оцінка даних ключових звірень [The evaluation of key comparison data]. Метрологія. **39**, сс. 589-595. [Англійською]
<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0026-1394/39/6/10>
2. Кузьменко Ю., Самойленко О. 2018 Опрацювання методом найменших квадратів результатів вимірювань за ключових, регіональних та додаткових звірень еталонів. Метрологія та прилади. **70**, сс. 3-13.
3. Кузьменко Ю., Самойленко О. 2021 Зрівнювання результатів вимірювань за методом найменших квадратів. Інфраструктура вимірювань. **1**.
<https://mi-journal-online.org/index.php/journal/article/view/1/2>
4. Матус М. та ін. 2015 Остаточний звіт EURAMET щодо проведення ключових звірень EURAMET.L-K1.2011: Вимірювання кінцевих мір довжини за допомогою інтерферометрії. Проект EURAMET # 1218 [Final report on EURAMET Key Comparison EURAMET.L-K1.2011: Measurement of gauge blocks by interferometry. EURAMET project # 1218]. EURAMET. Відень, Австрія, р. 63. [Англійською]
5. Назаров Н. Г. 2002 Метрологія. Основні поняття і математичні моделі [Метрология. Основные понятия и математические модели]. Виш. шк. с. 348. [Російською]
6. Лоусон Ч., Хенсон Р. 1986 Чисельне рішення задач методу найменших квадратів [Численное решение задач метода наименьших квадратов]. Наука. Гол. ред. Фіз.-мат. літ., с. 232. [Російською]